

Бегущие волны. Основные определения

Волна – процесс распространения колебаний в пространстве (среде)

Волна называется продольной, если колебания происходят вдоль направления распространения возмущений

Волна называется поперечной, если колебания происходят перпендикулярно направлению распространения возмущений

Бегущие волны. Основные определения

Одномерное классическое волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

Одно из решений волнового уравнения (гармоническая волна, бегущая вправо)

$$\xi(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] = A \cos(\omega t - kx)$$

Волновой поверхностью называется поверхность, колебания во всех точках которой происходят в одной и той же фазе

Бегущие волны. Основные определения

Уравнение плоской гармонической волны

$$\xi(r,t) = A \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r})$$

Уравнение сферической волны

$$\xi(r,t) = \frac{A_0}{r} \cdot \cos(\omega t - kr)$$

Длина волны - это расстояние между ближайшими точками вдоль направления распространения волны, колебания в которых происходят в одной фазе

Электромагнитные волны

Вывод волнового уравнения опирается на уравнения Максвелла

$$(\vec{\nabla}, \vec{D}) = \rho \quad (1)$$

$$[\vec{\nabla}, \vec{E}] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$(\vec{\nabla}, \vec{B}) = 0 \quad (3)$$

$$[\vec{\nabla}, \vec{H}] = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad , \quad (4)$$

где $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$ - оператор набла

Электромагнитные волны

Модельные предположения:

- 1) *среда однородная и непроводящая, в ней не может быть токов проводимости*

$$\left(\int_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \right)$$

- 2) *в среде отсутствуют сторонние заряды*

$$\rho = 0$$

Материальные уравнения среды

$$\vec{D} = \vec{D}(E)$$

$$\vec{B} = \vec{B}(H)$$

В вакууме

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \tag{5}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \tag{6}$$

Электромагнитные волны

Продифференцируем (2) по времени:

$$\left[\vec{\nabla}, \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] = - \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} ,$$

или, с учетом (4), (5) и (6),

$$\frac{1}{\varepsilon_0} \left[\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{H}] \right] = - \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$[\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{H}]] = \vec{\nabla} (\vec{\nabla}, \vec{H}) - \vec{H} (\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) = - \Delta \vec{H} = - \frac{1}{\mu_0} \Delta \vec{B} \quad (8)$$

Из (7) и (8) находим

$$\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \Delta \vec{B} = \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad \text{или} \quad \Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (9)$$

Электромагнитные волны

Аналогично, дифференцируя (4) по времени и учитывая, что $\vec{j} = 0$, получим

$$\left[\vec{\nabla}, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right] = \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} \quad , \quad \left[\vec{\nabla}, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right] = \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad ,$$

или, с учетом (2) и (6),

$$-\frac{1}{\mu_0} \left[\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{E}] \right] = \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (10)$$

$$[\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{E}]] = \vec{\nabla} (\vec{\nabla}, \vec{E}) - \vec{E} (\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) = -\Delta \vec{E} \quad (11)$$

Из (10) и (11) находим

$$\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{или} \quad \Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (12)$$

Электромагнитные волны

Рассмотрим частный случай:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, t), \vec{B} = \vec{B}(x, t),$$

$$\text{тогда } \frac{\partial^2 \vec{E}(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (13)$$

Решение уравнения (13):

$$\vec{E}(x, t) = f(x \pm ct) \cdot \vec{e}_p, \quad (14)$$

где $\vec{e}_p$ - единичный вектор, направленный вдоль вектора $\vec{E}$

Аналогично для вектора $\vec{B} = \vec{B}(x, t)$

Например,

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx), \vec{B}(x, t) = \vec{B}_0 \cos(\omega t - kx) \quad (15)$$

Электромагнитные волны

Из уравнений Максвелла следует вывод о существовании принципиально нового физического явления: электромагнитное поле способно существовать самостоятельно, т.е. отдельно от электрических зарядов и токов

Изменение состояния электромагнитного поля носит волновой характер

Поля такого рода называют электромагнитными волнами

Электромагнитные волны

Важные выводы:

1) уравнения

$$\Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}, \quad \Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

с математической точки зрения абсолютно одинаковы – изменения электрического и магнитного полей в электромагнитной волне строго взаимосвязаны

2) фазовая скорость электромагнитной волны в вакууме оказалась равной

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}},$$

скорость волны в среде

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}}$$

3) электромагнитная волна является поперечной; векторы $\vec{E}$, $\vec{B}$ и $\vec{v}$ всегда образуют правую тройку

Электромагнитные волны

Пусть $\vec{E}$ и $\vec{B}$ зависят только от одной пространственной координаты, например, x :

$$\begin{aligned}\vec{E}(x, t) &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_1), \\ \vec{B}(x, t) &= \vec{B}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_2)\end{aligned}\tag{16}$$

Поскольку

$$[\vec{\nabla}, \vec{E}] = \begin{bmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix}, \quad [\vec{\nabla}, \vec{B}] = \begin{bmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix},$$

то, подставляя сюда выражения (16), зависящие только от координаты x , находим

$$[\vec{\nabla}, \vec{E}] = -\vec{e}_y \frac{\partial E_z}{\partial x} + \vec{e}_z \frac{\partial E_y}{\partial x} = (-\vec{e}_y E_{0z} + \vec{e}_z E_{0y}) k \sin(\omega t - kx + \alpha_1)$$

$$[\vec{\nabla}, \vec{B}] = -\vec{e}_y \frac{\partial B_z}{\partial x} + \vec{e}_z \frac{\partial B_y}{\partial x} = (-\vec{e}_y B_{0z} + \vec{e}_z B_{0y}) k \sin(\omega t - kx + \alpha_2)$$

Электромагнитные волны

Дифференцирование формул (16) по времени дает

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = - \vec{E}_0 \omega \sin (\omega t - kx + \alpha_1) \quad (17)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = - \vec{B}_0 \omega \sin (\omega t - kx + \alpha_2)$$

Тогда из уравнений Максвелла и формул (16) и (17) следует, что

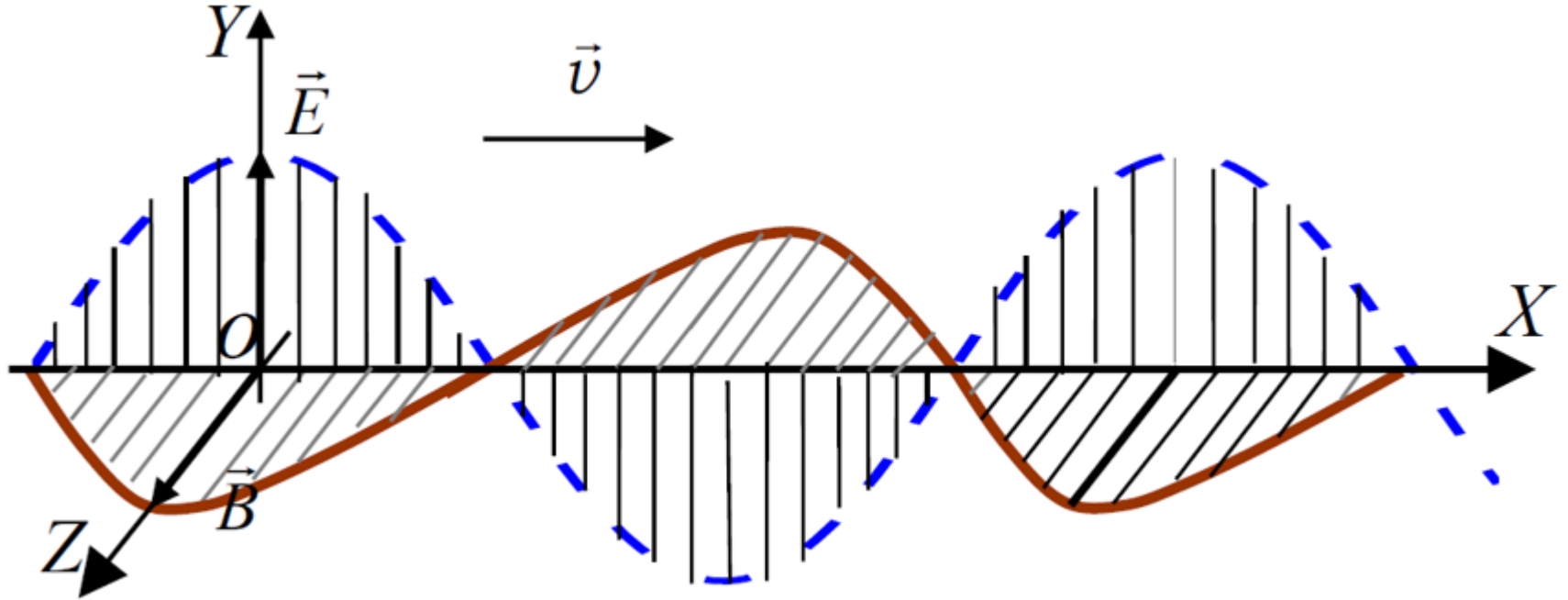
$$(-\vec{e}_y E_{0z} + \vec{e}_z E_{0y})k \sin (\omega t - kx + \alpha_1) = \vec{B}_0 \omega \sin (\omega t - kx + \alpha_2) \quad (18)$$

$$(-\vec{e}_y B_{0z} + \vec{e}_z B_{0y})k \sin (\omega t - kx + \alpha_2) = -\varepsilon_0 \mu_0 \vec{E}_0 \omega \sin (\omega t - kx + \alpha_1)$$

Отсюда следует, во-первых, что электрическое и магнитное поля колеблются в фазе : $\alpha_1 = \alpha_2$

Во-вторых, ни у $\vec{E}$, ни у $\vec{B}$ нет компонент, параллельных оси x : $E_{0x} = B_{0x} = 0$

Электромагнитные волны



$$\varepsilon\varepsilon_0 E^2(t) = \frac{B^2(t)}{\mu\mu_0}, \quad B(t) = \frac{E(t)}{v}.$$

Электромагнитные волны

Энергия электромагнитной волны

$$w_E = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}, \quad w_B = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

$$w = w_E + w_B = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu\mu_0} = \frac{EB}{\mu\mu_0 v}$$

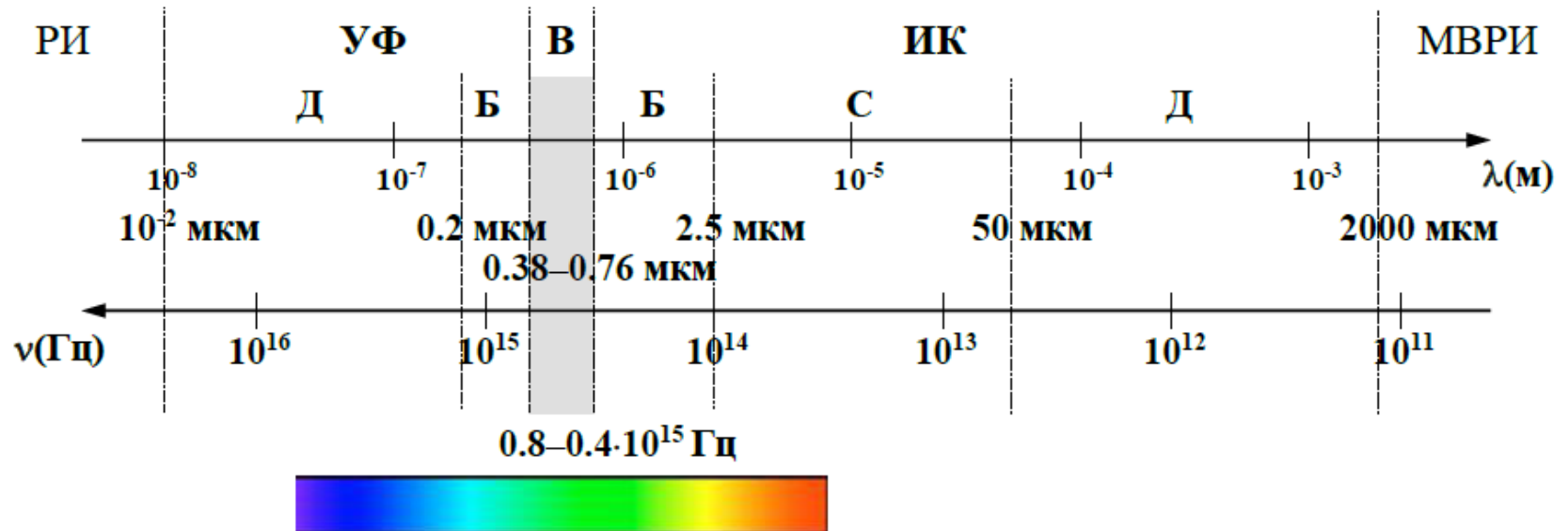
$$S(t) = w(t) \cdot v = \frac{EB}{\mu\mu_0}$$

$$I = \langle S(t) \rangle = \langle w(t) \rangle \cdot v = \frac{E_0 B_0}{2\mu\mu_0}$$

$$\vec{S}(t) = w(t) \cdot \vec{v} = \frac{[\vec{E}, \vec{B}]}{\mu\mu_0}$$

Электромагнитные волны

Оптический диапазон длин волн и частот электромагнитного излучения



Для оптики наиболее характерно **формирование изображений**.
Разбиение диапазона – общность технических средств и методов формирования изображений.
РИ – рентгеновское излучение.
МВРИ – микроволновое радио-излучение.

Свет (оптическое излучение):

- УФ – ультрафиолетовая область,
- В – видимая область ($\lambda \sim 0.6$ мкм, $\nu \sim 0.5 \cdot 10^{15}$ Гц, $T \sim 2 \cdot 10^{-15}$ с),
- ИК – инфракрасная область.

Электромагнитные волны

Основные разделы оптики



Геометрическая оптика – изучает процесс формирования оптических изображений, когда размеры оптических систем, формирующих или рассеивающих световые пучки, гораздо больше длины волны.

Физиологическая оптика – изучает закономерности и особенности восприятия света человеческим глазом и глазом животного (механизм зрения).

Физическая оптика – изучает физические механизмы процессов излучения, распространения и взаимодействия света с веществом.