§ 3. *Дифракция Фраунгофера на щели*

Качественное отличие дифракции Фраунгофера от дифракции Френеля состоит в том, что в центре всегда располагается максимум

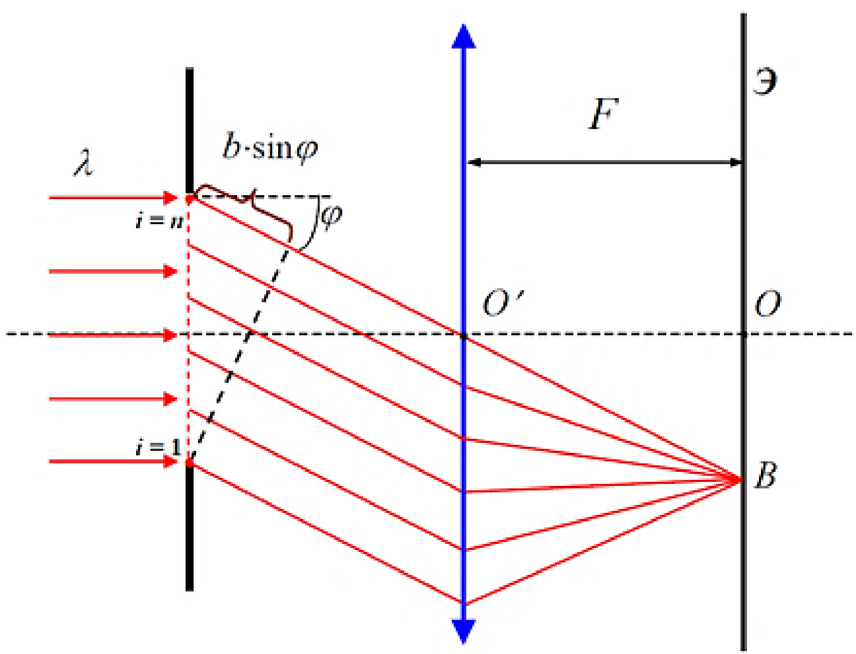
*Такое возможно лишь достаточно далеко за препятствием, поэтому данный случай называют «**дифракцией в дальней зоне**»*

*Или «**дифракцией в параллельных лучах**»*

Дифракция Фраунгофера на щели

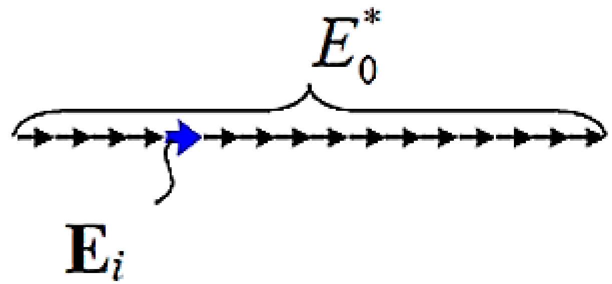
О дифракции Фраунгофера говорят в тех случаях, когда препятствие "открывает" для центра дифракционной картины существенно меньше одной зоны Френеля

Часто такую картину формируют в фокальной плоскости собирающей линзы, поставленной за препятствием



Дифракция Фраунгофера на щели

Векторная диаграмма для центра дифракционной картины:



Амплитуда результирующего колебания в точке О равна

$$E_1 + E_2 + \ldots + E_i + \ldots + E_n = n \cdot E_i$$

Квадрату этой амплитуды пропорциональна интенсивность света I_0^* *в самом центре дифракционной картины Фраунгофера*

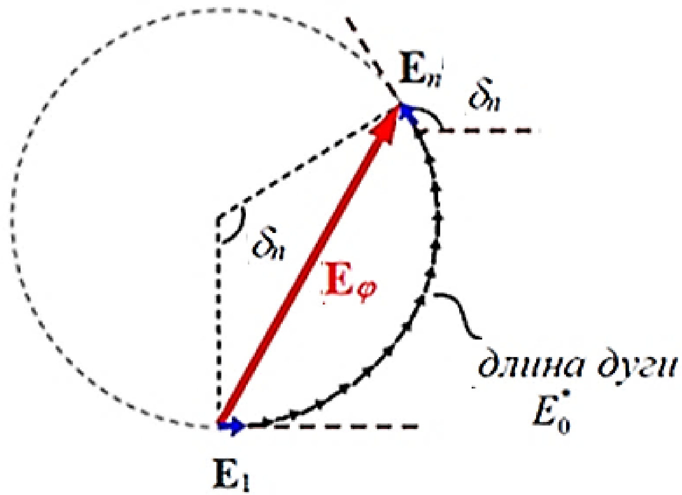
Амплитуда и интенсивность не равны соответствующим значениям в падающей световой волне!

Дифракция Фраунгофера на щели

б)Угол дифракции φ отличен от 0: $0 < \varphi < \varphi_1^{\min}$

Линза соберёт лучи в точке B экрана

Векторная диаграмма для этого случая:



Каждый последующий вектор повёрнут на малый угол по отношению к предыдущему

Длина этих векторов не изменилась – относительная разница в расстоянии от источника до точки наблюдения пренебрежимо мала для того, чтобы сказаться на амплитуде цилиндрической волны

Дифракция Фраунгофера на щели

Разность хода максимальна для источника с номером n и равна

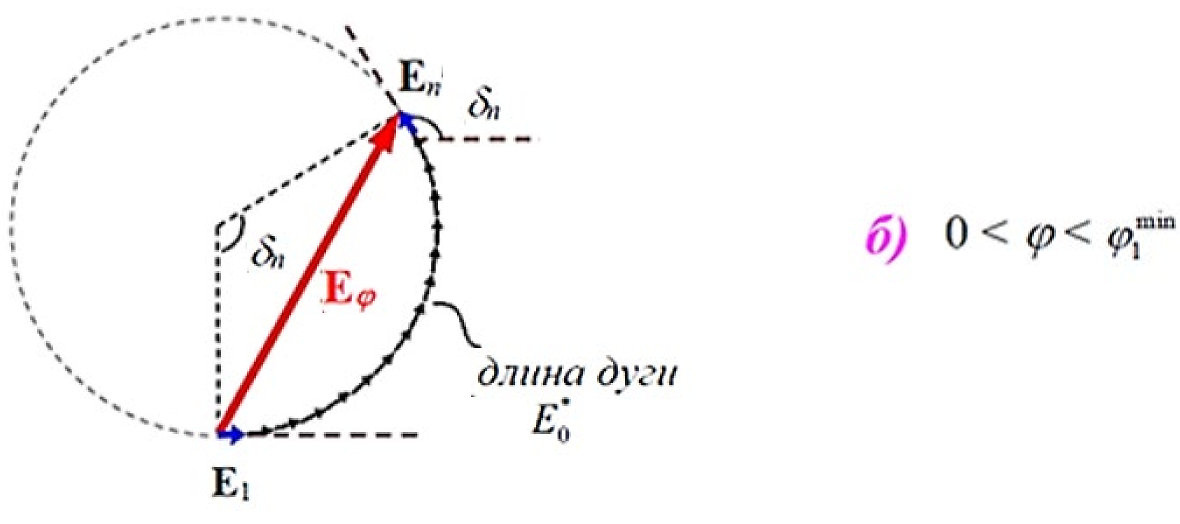
$$\Delta = b \cdot sin\varphi$$

Соответствующее отставание по фазе

$$\delta_n = 2\pi \frac{b \sin\varphi}{\lambda}$$

Вектор $\boldsymbol{E}_n$ *на диаграмме повёрнут на угол* δ_n *по часовой стрелке по отношению к вектору* $\boldsymbol{E}_1$

Общая длина получившейся дуги, по-прежнему, равна E_0^*



Дифракция Фраунгофера на щели

При увеличении угла дифракции и, соответственно, смещения по экрану всё дальше от его центра мы можем продолжать строить векторные диаграммы со всё большим «загибом» дуги пока она не свернётся в окружность

Это будет означать, что мы попали в точку первого дифракционного (интерференционного!) минимума

Первый минимум дифракции

$$\frac{2\pi}{\lambda}\cdot b\sin\varphi = 2\pi \qquad \text{или} \qquad b\cdot\sin\varphi = \lambda$$

Минимумы дифракции

$$b\cdot\sin\varphi = m\cdot\lambda, \qquad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3\ldots$$

m принимает здесь значения ± 1, ± 2, ± 3, ..., но не 0

Для нулевого угла дифракции наблюдается максимум, он называется ***«нулевым»*** *или* ***«центральным»***

Дифракция Фраунгофера на щели

В центре *дифракционной картины –* ***«нулевой» максимум***

«Боковые» максимумы *дифракции*

$$b \cdot \sin\varphi = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda, \qquad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3\ldots$$

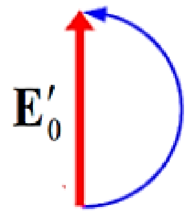
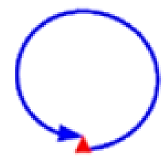
Это приближенное равенство; точное равенство получается из анализа распределения интенсивности на экране наблюдения

Для трех первых максимумов получим

$$sin\varphi_1 = \pm 1{,}43\lambda/b\ ,$$
$$sin\varphi_2 = \pm 2{,}46\lambda/b,$$
$$sin\varphi_3 = \pm 3{,}47\lambda/b\ldots$$

С ростом m значение числового множителя стремится к $(m + \frac{1}{2})$

Дифракция Фраунгофера на щели

Положение, $\sin\varphi$	0	$\pm\lambda/2b$	$\pm\lambda/b$	$\pm 3\lambda/2b$	$\pm 2\lambda/b$
название	нулевой максимум	плечо нул. максимума	первый минимум	первый максимум	второй минимум
векторные диаграммы					
Амплитуда	E_0^*	$E_0' = \dfrac{2E_0^*}{\pi}$	0	$E_1 = \dfrac{2E_0^*}{3\pi}$	0
Интенсив-ность	$I_0 \sim (E_0^*)^2$	$\approx 0{,}4\, I_0$	0	$0{,}045\, I_0$	0

Под каждой векторной диаграммой приведена длина результирующего вектора и интенсивность света. Надо помнить, что ***неизменной остаётся полная длина спирали*** *–E_0^*, следовательно, постепенно уменьшается её “диаметр”*

Дифракция Фраунгофера на щели

Интенсивность первого максимума получается равной

$$I_1 = \frac{4I_0^*}{9\pi^2} \approx 0{,}04 \cdot I_0^* \quad ,$$

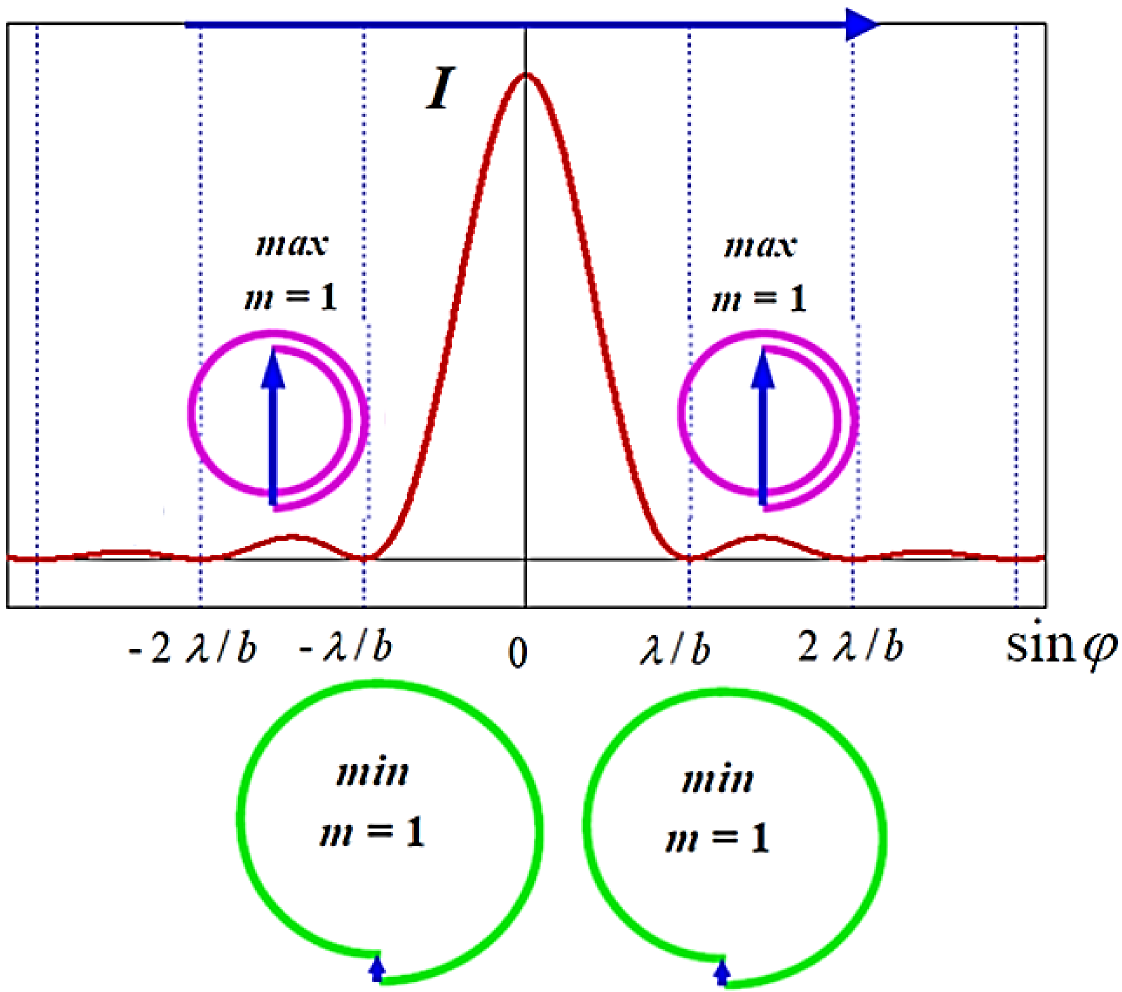
то есть примерно 4% от I_0^*. Поскольку максимумы 1-го порядка вдвое уже центрального (примерно), а все остальные существенно «ниже», можно сказать, что более 95% всей энергии света, проникшей за препятствие, попадают в область центрального максимума

Положения минимумов и максимумов (кроме центрального) зависят от длины волны, т.е. щель является простейшим спектральным прибором

Спектральными называются оптические приборы, в которых осуществляется разложение электромагнитного излучения оптического диапазона на монохроматические составляющие

Дифракция Фраунгофера на щели

Распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на щели и векторные диаграммы для характерных точек картины

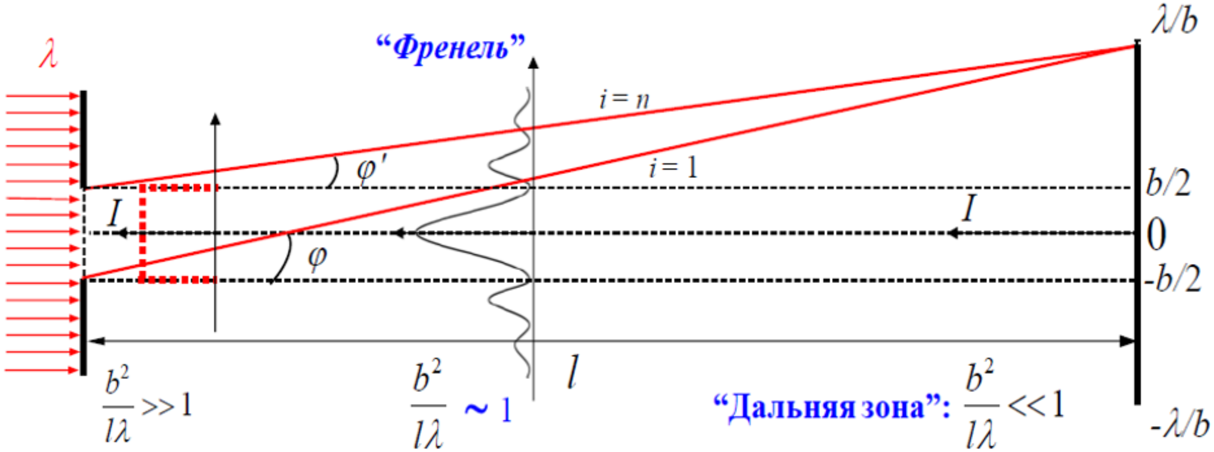


§8.4. Классификация дифракционных явлений («Разные случаи»)

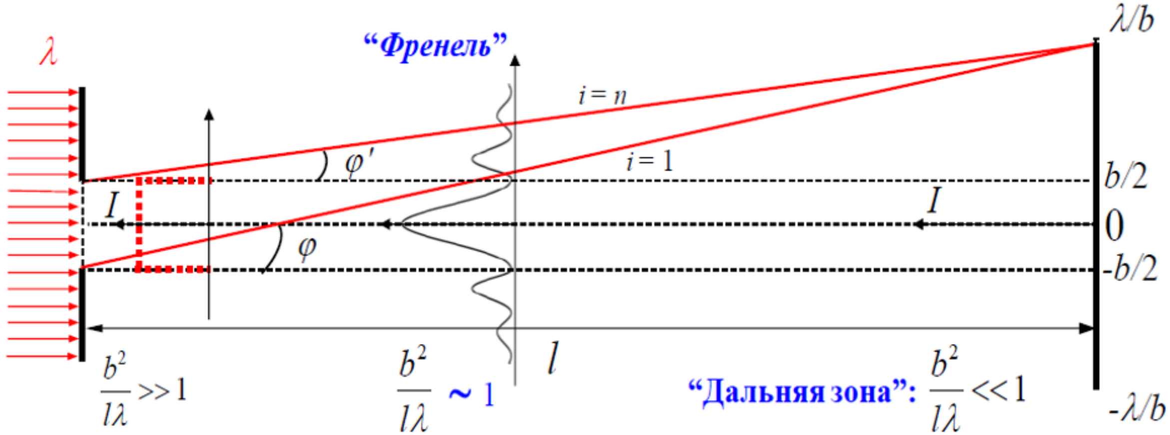
Математически оформим утверждение – «дифракция Фраунгофера – это дифракция в параллельных лучах»

Все важные особенности дифракционной картины Фраунгофера - результат сложения волн, “прибежавших” в данную точку вдоль параллельных направлений от каждого из вторичных источников i = 1, 2, ..., n

Направления для первого минимума заданы углами φ и φ′ (для первого и n-ого вторичных источников)



Классификация дифракционных явлений



Параллельность соответствующих лучей означает выполнение равенств

$$tg\varphi \approx tg\,\varphi' \quad \text{или} \quad \frac{x_{1\min} + b/2}{l} \approx \frac{x_{1\min} - b/2}{l}$$

Последнее равенство влечёт за собой требование

$$b << x_{1\min}$$

Учитывая положение первого минимума

$$\sin\varphi_{1\min} = \lambda / b\,,$$

это условие можно переписать в виде

$$b << l \times \frac{\lambda}{b} \quad \text{или} \quad \frac{b^2}{l\lambda} << 1$$

Классификация дифракционных явлений

*«Математическое оформление» условия наблюдения **дифракции Фраунгофера***

$$\frac{b^2}{l\lambda} << 1$$

*При **дифракции Френеля** волны от разных вторичных источников приходят в центр и в каждую точку дифракционной картины по разным направлениям, поэтому*

$$\frac{b^2}{l\lambda} \sim 1$$

При дифракции Френеля за размер препятствия «отвечает» радиус r отверстия

Поскольку номер зоны Френеля и ее радиус связаны соотношением

$$r_m = \sqrt{ml\lambda} \quad ,$$

то смысл величины $\frac{b^2}{l\lambda}$ *- число открытых для центра дифракционной картины зон Френеля*

При дифракции Френеля из центра картины видны открытыми несколько (небольшое количество) зон Френеля – одна, две, три, четыре, ...

$$m \sim 1$$

Классификация дифракционных явлений

При дифракции Фраунгофера $m << 1$

При выполнении условия

$$\frac{b^2}{l\lambda} \gg 1$$

картина на экране за препятствием не сильно отличается от предписанной законами геометрической оптики – размеры светлого пятна практически равны размерам проекции отверстия на экран, а интенсивность – интенсивности света, падающего на препятствие

Это справедливо для малых по сравнению с размерами отверстия расстояний за препятствием, когда открыто очень много зон Френеля:

$$m \gg 1$$

*Это область приближения **геометрической оптики***

§8.5. Дифракционная решётка

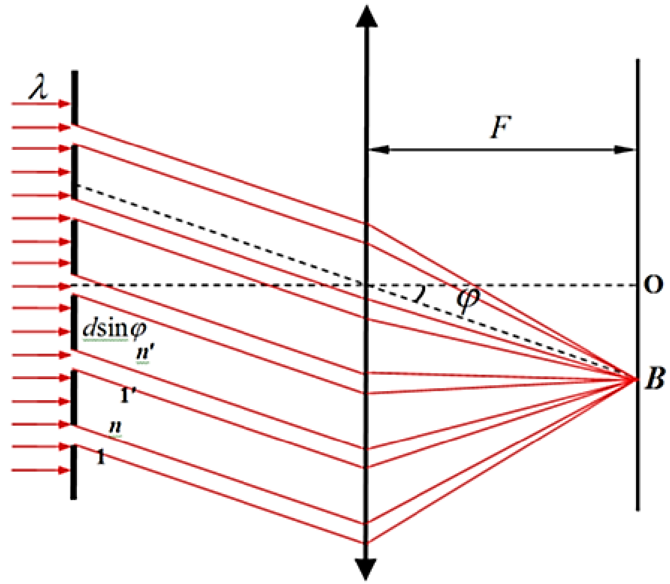
Дифракционная решетка *– система параллельных щелей, расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга*

Первая дифракционная решётка была изготовлена в 1785г. американским астрономом Риттенхаусом из 50 натянутых волосков, период решетки - 250 мкм

В 1821г. дифракционная решётка изготовлена Фраунгофером для спектральных исследований солнечного излучения
Дифракционная решётка Фраунгофера имела порядка нескольких сотен штрихов на сантиметр и изготавливалась путём намотки тонкой проволоки на два параллельных винта

Современные дифракционные решётки: несколько десятков тысяч штрихов на сантиметр

Дифракционная решётка

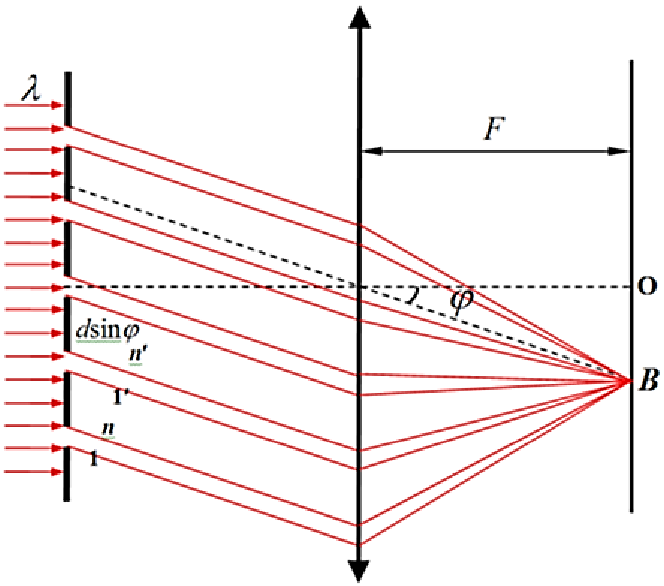


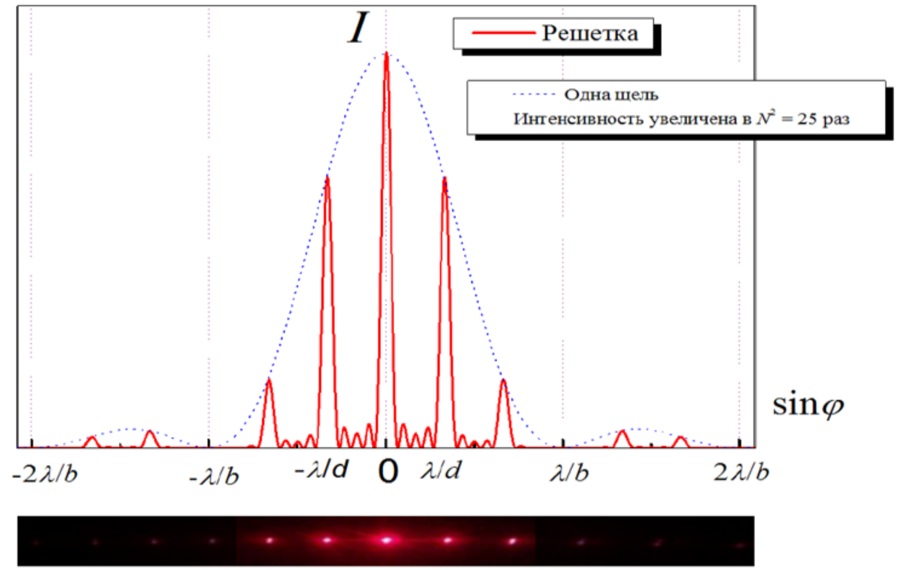
Пусть падающий на решетку параллельный пучок света перпендикулярен плоскости решетки

Для наблюдения дифракционной картины Фраунгофера за решёткой поставим собирающую линзу

Все лучи, дифрагирующие под определенным углом φ, будут сфокусированы линзой в одной точке фокальной плоскости линзы

Дифракционная решётка





Пусть решётка содержит N = 5 щелей

«Структура» дифракционной картины существенно более сложная, чем в случае дифракции на одной щели: в ней различают ***главные максимумы, главные минимумы,*** *а также* ***дополнительные (*** *или* ***побочные) максимумы*** *и* ***минимумы***

Интенсивность главных максимумов значительно (~ в N^2 раз) превышает интенсивность максимумов при дифракции на одной щели

Дифракционная решётка

Условие ***главных минимумов***

Для щели шириной b направления, по которым наблюдаются минимумы, характеризуемые нулевой интенсивностью светового потока, описываются условием

$$b \cdot \sin\varphi = m \cdot \lambda \quad , \qquad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$$

Интенсивность светового потока, испускаемого каждой щелью по этим направлениям (задаваемым углом φ) равна нулю, значит, будет наблюдаться минимум и от всей решётки

В центре дифракционной картины, как и в случае одной щели, наблюдается максимум интенсивности, поэтому $m \neq 0$

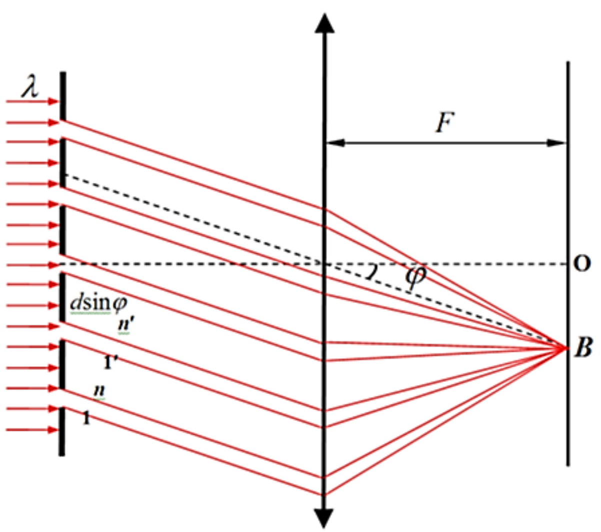
Дифракционная решётка

Условие ***главных максимумов***

Выделим в пределах каждой щели вторичные источники – тонкие нити, параллельные краям щели, пронумеруем индексом i от 1 до n

Составим векторную диаграмму для центра дифракционной картины уже не из векторов, соответствующих каждому вторичному источнику $\vec{E}_i$*, а из результирующих векторов – колебаний от всех источников каждой щели* $\vec{E}_k$ *(индекс k изменяется от 1 до N)*

В тех точках экрана, для которых разность хода между любыми “эквивалентными” лучами, идущими от разных щелей (лучи 1 и 1', n и n'), кратна длине волны λ, изображаемые векторами $\vec{E}_1, \vec{E}_2 \ldots \vec{E}_N$



колебания происходят в одной фазе

Амплитуда результирующего колебания равна сумме длин этих векторов:

$$\vec{E}_0 = N\vec{E}_1 = N\vec{E}_2 = \ldots = N\vec{E}_N$$

*Это – так называемые «**главные максимумы**»*

Дифракционная решётка

Условие ***главных максимумов***

Интенсивность главных максимумов значительно (~ в N^2 раз) превышает интенсивность максимумов при дифракции на одной щели

Главные максимумы формируются для таких направлений, для которых все пары соответствующих вторичных источников i и i′ в соседних щелях решётки присылают колебания в точку наблюдения в фокальной плоскости линзы в одной фазе

Эти направления определяются условием

$$d \cdot \sin\varphi = m \cdot \lambda, \qquad \text{где } m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

Чем ограничены значения порядка дифракционного максимума (минимума)?

Угол дифракции не может превысить значения 90°, а синус – единицы, поэтому ***максимальный порядок дифракции***

$$m_{\max} = \left[\frac{d}{\lambda}\right]$$

Дифракционная решётка

Условие ***дополнительных минимумов***

Положения дополнительных минимумов важны, поскольку дополнительные минимумы, ближайшие к главным максимумам, определяют ширину последних

Найдем условие дополнительных минимумов в дифракционной картине решетки

Разность хода волн от соответствующих вторичных источников при увеличении угла дифракции очень быстро накапливается на всей решётке, т.е. при переходе от первой щели к последней, находящейся от неё на большом расстоянии Nd

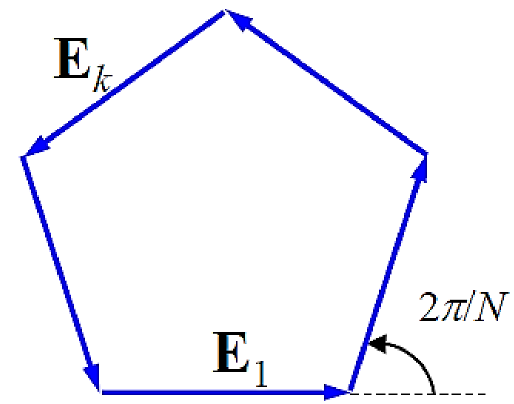
Минимум интенсивности образуется при результирующей нулевой амплитуде; в свою очередь, нулевая амплитуда соответствует замкнутой ломаной при сложении отдельных амплитуд

Это возможно, если разность фаз волн от крайних щелей решетки равна 2π, 4 π, ...n ·2 π

Дифракционная решётка

Условие ***дополнительных минимумов***

Всякий раз в таком случае векторная диаграмма превращается в замкнутый многогранник, а амплитуда результирующего колебания обращается в ноль



Это и даёт условие дополнительных минимумов:

$$Nd \cdot \sin\varphi = m' \cdot \lambda, \qquad m' = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$$

(кроме 0, N, 2N…)

Таким образом, между любыми соседними главными максимумами располагается N – 1 побочных минимума

Именно положение дополнительных минимумов, ближайших к главным максимумам, определяет их ширину

При малых углах синус практически равен радианной мере самого угла, поэтому угловая ширина главного максимума нулевого порядка с высокой точностью равна

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{Nd}$$