

Задачи по курсу «Физика. Механика. Термодинамика»

(ИБ-1, ПМ-1, РТ-1, ИКТ-1, 1 семестр 2023/2024 уч. года)

Механика

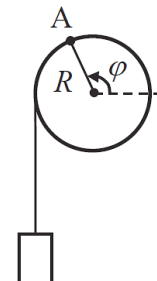
Кинематика материальной точки

1. За некоторое время частица прошла $3/4$ окружности со средним значением модуля скорости $\langle v \rangle$. Найти модуль средней скорости частицы $|\vec{v}_{cp}|$ за то же время.
2. За промежуток времени $\tau = 10$ с точка прошла половину окружности радиуса $R = 160$ см. Вычислить за это время:
 - а) среднее значение модуля скорости $\langle v \rangle$;
 - б) модуль среднего вектора скорости $|\vec{v}_{cp}|$;
 - в) модуль среднего вектора полного ускорения $|\vec{a}_{cp}|$, если точка двигалась с постоянным тангенциальным ускорением.
3. Точка движется в плоскости xu по закону $x = \alpha t$, $y = \alpha t(1 - \beta t)$, где α и β – положительные постоянные. Найти:
 - а) уравнение траектории точки $y(x)$; изобразить ее график;
 - б) скорость v и ускорение a точки в зависимости от времени t ;
 - в) момент t_0 , когда угол между скоростью и ускорением равен $\pi/4$.
4. Скорость материальной точки зависит от ее положения в декартовой системе координат следующим образом: $\vec{v} = \alpha \vec{i} + \beta x \vec{j}$, где α и β – положительные постоянные, $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – орты осей x и y . В начальный момент времени радиус-вектор материальной точки равен нулю: $\vec{r}(0) = 0$. Определите:
 - а) закон движения точки $\vec{r}(t)$, ее скорость $\vec{v}$ и ускорение $\vec{a}$ как функцию времени;
 - б) тангенциальное и нормальное ускорения точки;
 - в) уравнение траектории $y(x)$ точки;
 - г) радиус кривизны $R(t)$ траектории.
5. Точка движется по окружности со скоростью $V = \alpha t$, где α – положительная постоянная. Найдите ее полное ускорение a в момент, когда она пройдет $n = 1/2$ длины окружности после начала движения.
6. Точка движется, замедляясь, по окружности радиуса R так, что в каждый момент ее тангенциальное и нормальное ускорения одинаковы по модулю. В момент $t = 0$ скорость точки равна V_0 . Найдите зависимость скорости V точки от времени.
7. Точка движется, замедляясь, по окружности радиуса R так, что в каждый момент ее тангенциальное и нормальное ускорения одинаковы по модулю. В момент $t = 0$ скорость точки равна V_0 . Найдите зависимость скорости V точки от пройденного пути s .
8. Частица движется вдоль оси x так, что проекция скорости на эту ось зависит от времени по закону $\frac{dx}{dt} = \alpha \sqrt{x}$, где α – положительная постоянная. В момент времени $t = 0$ частица находилась в начале координат. Каково среднее значение модуля скорости $\langle v \rangle$ частицы за время, в течение которого она прошла путь s ?

Кинематика твердого тела

9. Колесо вращается с угловым ускорением $\beta = 2$ рад/с². Через время $t = 0,5$ с после начала движения полное ускорение точки на ободе колеса $a = 13,6$ см/с². Найти радиус R колеса.

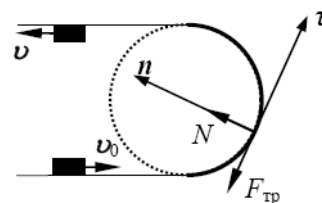
10. Диск радиуса $R = 10$ см начинает вращаться вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением $\beta = 0,5$ рад/с². Найдите тангенциальное ускорение a_t , нормальное ускорение a_n и полное ускорение a точки А, находящейся на периферии диска, через время $t = 2$ с после начала вращения.
11. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол φ его поворота зависит от времени по закону $\varphi = \beta t^2$, где $\beta = 0,20$ рад/с². Найдите полное ускорение a точки А на ободе колеса в момент времени $t = 2,5$ с, если скорость точки А в этот момент $v = 0,65$ м/с.
12. На вал радиуса R , закрепленный на оси, намотана веревка, на конце которой висит груз, опускающийся вниз (см. рис.). Закон движения груза имеет вид $x = x_0 + bt^2$, где x_0 и b – постоянные положительные величины. Определите угловую скорость ω и угловое ускорение β произвольной точки А обода вала, модуль ускорения a этой точки, его нормальную a_n и тангенциальную a_t составляющие. Запишите закон движения $\varphi(t)$ этой точки.



Динамика материальной точки

13. Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Найдите коэффициент трения μ между телом и плоскостью, если время подъема тела оказалось в n раз меньше времени спуска.
14. Шайбу положили на наклонную плоскость, образующую угол α с горизонтом, и сообщили направленную вверх начальную скорость v_0 . Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен μ . При каком значении угла α шайба пройдет вверх по плоскости наименьшее расстояние?
15. Лодка под парусом развила скорость V_0 . После спуска паруса лодка продолжает свое движение в стоячей воде, причем действующая на лодку сила сопротивления воды пропорциональна квадрату скорости. Найдите зависимость $V(t)$ скорости лодки от времени и время t движения лодки до остановки. Масса лодки m , коэффициент сопротивления k .
16. Моторная лодка массы $m = 400$ кг начинает двигаться по озеру. Сила тяги мотора $F = 0.2$ кН. Считая силу сопротивления F_c пропорциональной скорости, определите скорость V лодки через время $t = 20$ с после начала ее движения. Коэффициент сопротивления $k = 20$ кг/с.
17. Начальная скорость пули $V_0 = 800$ м/с. При движении в воздухе за время $t = 0,8$ с ее скорость уменьшилась до $V = 200$ м/с. Масса пули $m = 10$ г. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости, определите коэффициент сопротивления k . Действием силы тяжести пренебречь.
18. Катер массы m движется по озеру со скоростью v_0 . В момент $t = 0$ выключили его двигатель. Считая силу сопротивления пропорциональной скорости катера, $\vec{F} = -r\vec{v}$, найти:
- время движения катера с выключенным двигателем;
 - скорость катера в зависимости от пути, пройденного с выключенным двигателем, а также полный путь до остановки.

19. Брусок скользит по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью v_0 и по касательной попадает в область, ограниченную забором в форме полуокружности (рис.). Определите время t_0 , через которое брусок покинет эту область.

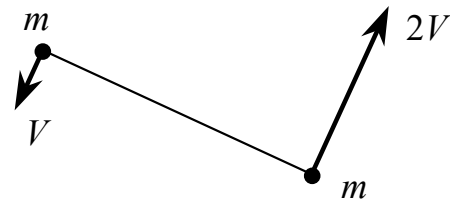


Радиус кривизны забора R , коэффициент трения скольжения бруска о поверхность забора μ . Размеры бруска много меньше R .

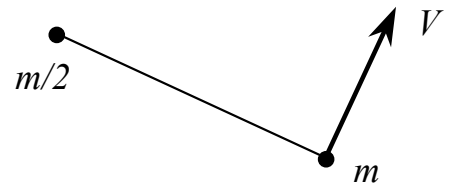
Законы изменения и сохранения импульса. Система центра масс

20. Пушка массы M начинает свободно скользить вниз по гладкой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Когда пушка прошла путь l , произвели выстрел, в результате которого снаряд вылетел с импульсом $\vec{p}$ в горизонтальном направлении, а пушка остановилась. Пренебрегая массой снаряда по сравнению с массой пушки, найдите продолжительность выстрела.
21. В момент времени, когда скорость свободно падающего тела по модулю стала равной $v_0 = 4,0$ м/с, оно разорвалось на три одинаковых осколка. Два осколка разлетелись в горизонтальной плоскости под прямым углом друг к другу со скоростью $v = 5,0$ м/с каждый. Найдите модуль скорости третьего осколка сразу после разрыва.

22. Две небольшие шайбы массой m каждая связаны между собой нитью длины l и движутся по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент скорость одной шайбы равна V , а другой $-2V$, причем векторы скоростей шайб перпендикулярны нити (рис.). Найдите силу T натяжения нити в процессе движения.



23. Две небольшие шайбы, массы которых равны m и $m/2$, связаны между собой нитью длины l и движутся по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент скорость шайбы массы $m/2$ равна нулю, а другой $-V$, причем вектор $\vec{V}$ перпендикулярен нити (рис.). Найдите силу T натяжения нити в процессе движения.

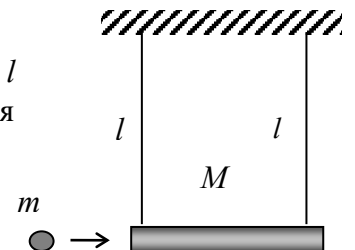


Законы изменения и сохранения механической энергии. Столкновение тел

24. Два шара претерпевают центральный абсолютно неупругий удар. До удара шар массы m_2 неподвижен, шар массы m_1 движется с некоторой скоростью. Какая часть n первоначальной кинетической энергии теряется при ударе, если $m_1 = 0,1 m_2$?
25. Два шара претерпевают центральный абсолютно неупругий удар. До удара шар массы m_2 неподвижен, шар массы m_1 движется с некоторой скоростью. Какая часть n первоначальной кинетической энергии теряется при ударе, если $m_1 = m_2$?

26. Летевшая горизонтально пуля массы m попала, застряв, в тело массы M , которое подвешено на двух одинаковых нитях длины l (см. рисунок). В результате нити отклонились на угол θ . Считая $m \ll M$, найдите:

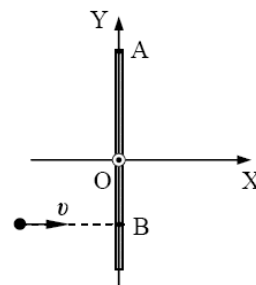
- а) скорость пули перед попаданием в тело;
б) относительную долю первоначальной кинетической энергии пули, которая перешла во внутреннюю энергию.



27. После абсолютно упругого столкновения частицы массой m_1 с покоящейся частицей массой m_2 обе частицы разлетелись симметрично относительно направления первоначального движения первой частицы, и угол между их направлениями разлета равен $\alpha = 60^\circ$. Найдите отношение масс этих частиц.

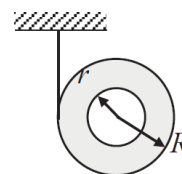
Момент силы, момент импульса. Закон сохранения момента импульса

28. Шарик массы m бросили под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Найти модуль момента импульса L шарика относительно точки бросания в зависимости от времени движения. Вычислите L в вершине траектории, если $m = 130$ г, $\alpha = 45^\circ$ и $v_0 = 25$ м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.
29. К точке, радиус-вектор которой относительно начала координат O равен $\vec{r} = a\vec{i} + b\vec{j}$, приложена сила $\vec{F} = A\vec{i} + B\vec{j}$, где a, b, A, B – постоянные, $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – орты осей x и y . Найдите момент $\vec{M}$ и плечо l силы $\vec{F}$ относительно точки O .
30. На гладкой горизонтальной поверхности лежат небольшая шайба массой m и тонкий однородный стержень длиной L и массой M . Шайбе сообщили скорость v в горизонтальном направлении перпендикулярно стержню (см. рисунок). Шайба абсолютно упруго соударяется со стержнем в точке B на расстоянии l от его центра (точка O). Определите это расстояние, если сразу после соударения шайба останавливается.

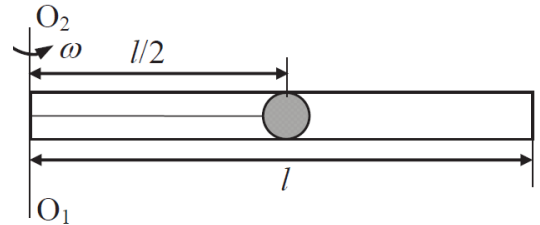


Динамика твердого тела

31. Вычислить момент инерции однородного сплошного конуса относительно его оси симметрии, если масса конуса m и радиус его основания R .
32. Определите момент инерции I тонкого однородного стержня длиной l и массой m относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его точку, отстоящую от конца стержня на $l/3$.
33. Определите момент инерции I однородного диска радиусом R и массой m относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через середину одного из радиусов.
34. Шайба массой m , представляющая собой цилиндр радиусом R с круглым отверстием радиусом r , подвешена на нити, как показано на рисунке. Масса нити пренебрежимо мала. Найдите ускорение центра масс шайбы a_c относительно лабораторной системы отсчета.
35. Однородный цилиндр массой $m = 4$ кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Скорость центра масс цилиндра $V_c = 1$ м/с. Определите кинетическую энергию T цилиндра.
36. Однородный шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Кинетическая энергия шара $T = 14$ Дж. Определите кинетическую энергию T_1 поступательного и T_2 вращательного движения шара.
37. Тонкий обруч и сплошной однородный цилиндр, имеющие одинаковую массу, катятся без скольжения по горизонтальной поверхности. Скорость центра масс тел одинакова. Найдите отношение T_2/T_1 кинетических энергий цилиндра и обруча.
38. Однородный шар массы $m = 5,0$ кг скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Найти кинетическую энергию шара через $t = 1,6$ с после начала движения.
39. Сплошной однородный цилиндр массы $m = 300$ г скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Найдите кинетическую энергию T цилиндра через $t = 1.6$ с после начала движения. Начальная скорость цилиндра $V_0 = 0$.



40. Найти ускорение a_c центра однородного шара массы m , скатывающегося без скольжения по наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Чему равна сила трения $F_{тр}$ между шаром и плоскостью? Начальная скорость шара $V_0 = 0$.
41. По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, скатывается без скольжения сплошной однородный цилиндр, масса которого $m = 300$ г. Найдите величину силы трения $F_{тр}$ цилиндра о плоскость. Начальная скорость цилиндра $V_0 = 0$.
42. Полая трубка длиной l с гладкими стенками раскручена относительно оси O_1O_2 , проходящей через торец трубки, с угловой скоростью ω . (см. рис.). Внутри трубки находится гладкий шарик массой m , удерживаемый на месте нитью. При пережигании нити шарик отбрасывается к концу трубки и останавливается в результате абсолютно неупругого удара о торец трубки. Момент инерции трубки относительно оси O_1O_2 равен I , шарик до пережигания нити находился на расстоянии $l/2$ от оси вращения. Определите угловую скорость вращения трубки ω' после удара, а также изменение кинетической энергии ΔE системы трубка – шарик. При решении задачи шарик считать материальной точкой.

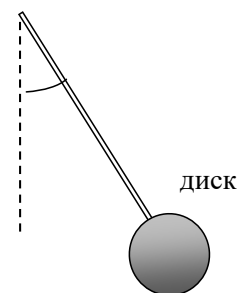


Механические колебания

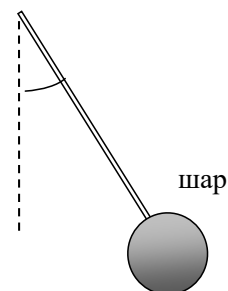
43. Точка совершает гармонические колебания вдоль некоторой прямой с периодом $T = 0,60$ с и амплитудой $a = 10,0$ см. Найти среднюю скорость точки за время, в течение которого она проходит путь $a/2$:
- из крайнего положения;
 - из положения равновесия.
44. Частица колеблется вдоль оси x по закону $x = 0,1 \sin 6,28t$ (м). Найдите среднее значение модуля скорости $\langle v \rangle$ частицы:
- за период колебания T ;
 - за первую $1/8$ часть T ;
 - за вторую $1/8$ часть T .
45. Частица совершает гармоническое колебание с амплитудой A и периодом T . Найдите:
- время t_1 , за которое смещение частицы из положения равновесия изменяется от 0 до $A/2$;
 - время t_2 , за которое смещение изменяется от $A/2$ до A .
46. Найти период малых поперечных колебаний шарика массы $m = 40$ г, укрепленного на середине натянутой струны длины $l = 1$ м. Силу натяжения струны считать постоянной и равной $F = 10$ Н. Массой струны и силами тяжести пренебречь.
47. Однородный стержень длины l совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его верхний конец. Найдите частоту ω таких колебаний. Трения нет.

48. Тонкий обруч, повешенный на вбитый горизонтально в стену гвоздь, совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Радиус обруча $R = 30$ см. Определите период T колебаний обруча.

49. Найдите частоту ω малых колебаний “часового” маятника – однородного диска радиуса R , насаженного на невесомый стержень. Расстояние от центра диска до оси вращения маятника равно l .



50. Найдите частоту ω малых колебаний “часового” маятника – однородного шара радиуса R , насаженного на невесомый стержень. Расстояние от центра шара до оси вращения маятника равно l .



51. Найдите амплитуду A и начальную фазу φ гармонического колебания, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных колебаний следующего вида:

$$x_1 = 0,02 \sin(5\pi t + \pi/2), \quad x_2 = 0,03 \sin(5\pi t + \pi/4).$$

52. Найти графически амплитуду A колебаний, которые возникают при сложении следующих колебаний одного направления:

$$x_1 = 3,0 \cos(\omega t + \pi/3), \quad x_2 = 8,0 \sin(\omega t + \pi/6).$$

53. За время, в течение которого система совершает $N = 100$ колебаний, амплитуда уменьшается в $\eta = 5$ раз. Найдите добротность Q колебательной системы.

54. За время $t = 16,1$ с амплитуда колебаний уменьшается в $\eta = 5$ раз. Найдите коэффициент затухания β . За какое время τ амплитуда уменьшится в e раз?

55. За время $t = 10$ с амплитуда свободных колебаний уменьшается в $N_1 = 10$ раз. За какое время τ амплитуда уменьшится в $N_2 = 100$ раз?

56. Определите логарифмический декремент затухания λ колебательной системы, для которой резонанс наблюдается при частоте, меньшей собственной частоты $\nu_0 = 10$ кГц на $\Delta\nu = 2$ Гц.

57. Период собственных колебаний пружинного маятника $T_0 = 0,55$ с. В вязкой среде тот же маятник совершает колебания с периодом $T = 0,56$ с. Определите резонансную частоту $\nu_{\text{рез}}$ колебаний.

Релятивистская механика

58. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы $\Delta t_0 = 10$ нс. Какой путь пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где ее время жизни $\Delta t = 20$ нс?

59. Стержень пролетает с постоянной скоростью мимо метки, неподвижной в лабораторной системе отсчета. Время пролета $\Delta t = 20$ нс в лабораторной системе отсчета. В

системе же отсчета, связанной со стержнем, метка движется вдоль него в течение $\Delta t' = 25$ нс. Найдите собственную длину стержня.

60. Два стержня одинаковой собственной длины l_0 движутся в продольном направлении навстречу друг другу параллельно общей оси с одной и той же по величине скоростью V относительно лабораторной системы отсчета. Чему равна длина l' каждого стержня в системе отсчета, связанной с другим стержнем?
61. Определите импульс релятивистской частицы (в единицах mc), если ее кинетическая энергия равна энергии покоя.
62. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличится в $n = 4$ раза?

Молекулярная физика

Уравнение состояния газа. Процессы

63. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением $p = 1$ МПа. Определите парциальные давления p_1 кислорода и p_2 азота, если массовая доля кислорода в смеси $n = 0,2$. Молярные массы кислорода и азота равны соответственно $\mu_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль и $\mu_2 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.
64. Баллон вместимостью $V = 30$ л содержит смесь водорода и гелия при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 828$ кПа. Масса смеси $m = 24$ г. Определите массу m_1 водорода и массу m_2 гелия. Молярные массы водорода и гелия равны соответственно $\mu_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль и $\mu_2 = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Первое начало термодинамики

65. Какая работа A совершается при изотермическом расширении водорода массой $m = 5$ г, взятого при температуре $T = 290$ К, если объем газа увеличивается в три раза?
66. При адиабатическом сжатии кислорода массой $m = 1$ кг совершена работа $A' = 100$ кДж. Определите конечную температуру T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре $T_1 = 300$ К. Показатель адиабаты для кислорода $\gamma = 1,40$.
67. Некоторую массу азота сжали в $\eta = 5$ раз (по объему) один раз адиабатически, другой раз изотермически. Начальное состояние газа в обоих случаях одинаково. Найдите отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие. Показатель адиабаты для азота $\gamma = 1,40$.
68. Азот массой $m = 200$ г расширяется изотермически при температуре $T = 280$ К, причем объем газа увеличивается в 2 раза. Найдите:
- а) изменение ΔU внутренней энергии газа;
 - б) совершенную газом работу A ;
 - в) количество теплоты Q , полученное газом.
- Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

69. Идеальный одноатомный газ нагревают так, что в процессе нагрева $\frac{p}{V} = \text{const}$. Определите молярную теплоемкость газа в этом процессе.

Цикл Карно. Второе начало термодинамики. Энтропия

70. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа газа на участке изотермического расширения $A_{12} = 5$ Дж. Определите работу A'_{34} , затраченную на изотермическое сжатие газа, если КПД цикла $\eta = 0,2$.
71. Найти (в расчете на моль) приращение энтропии углекислого газа при увеличении его температуры T в $n = 2$ раза, если процесс нагревания:
- а) изохорический;
 - б) изобарический.
- Газ считать идеальным. Показатель адиабаты для углекислого газа $\gamma = 1,30$.
72. Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равной первоначальной. Найти приращение энтропии газа, если его давление в данном процессе изменилось в $n = 3,3$ раза.